

統計的 STA の精度検証手法<sup>1</sup>

## Accuracy verification methodology for SSTA

小林宏行<sup>†</sup> 小野信任<sup>††</sup> 佐藤高史<sup>†††</sup> 岩井二郎<sup>‡</sup> 橋本昌宣<sup>‡‡</sup><sup>†</sup>日本シノプシス(株) <sup>††</sup>(株)ジーダット・イノベーション <sup>†††</sup>東京工業大学<sup>‡</sup>(株)数理システム <sup>‡‡</sup>大阪大学

## 概要

SoC のタイミング検証において、微細化による相対的な製造ばらつき増加等の影響により従来のコーナーベース解析では、タイミングの収束が困難になってきている。近年、コーナーベース解析に代るタイミング検証手法として統計的タイミング解析が注目を集めているが、実用的な観点から精度をいかに評価すべきか議論が十分になされておらず、広く普及するには至っていない。特に遅延歩留まりの予測において統計的タイミング解析を適用した場合の予測誤差を提供することは重要であり、実用的な指標の出現が待たれている。以上を踏まえ本発表では統計的タイミング解析での課題や悲観性を見極めるための検証手法を提案する。

## 1 背景

SoC 設計において、仕様を満たしているかどうか、所望の動作周波数を満たしているかどうかを検証するために、タイミング解析を行う事が必須である。タイミング解析には入力ベクタを考慮して解析を行う動的タイミング解析と、入力ベクタを考慮せず解析を行う静的タイミング解析(STA)がある。SoC の動作検証においては、処理時間の速い STA が行われることが多い。STA では、クリティカルパス法(CPM)と呼ばれるアルゴリズムが広く用いられている[1]。すなわち、デジタル回路の順序回路から順序回路までの間にある組み合わせ回路を構成する各々のゲートの入力端子における信号の到着時刻にゲートの遅延を加えたものの中から最大となるものを選び、次段のゲートに伝えるという操作を順次行い、最大の信号到着時刻を算出する。通常ゲートの遅延にはコ

ーナーベースで決定された最悪値が用いられ、検証結果は悲観的なものとなる。

近年の SoC においてはプロセスの微細化が進み素子、配線の寸法の相対的な製造ばらつきが増加している。このため、コーナーベースによる従来の手法では極端に悲観的な状況を考えることになり、結果としてタイミングが収束しない、または過剰なマージンのある設計となる、などの問題が生じるようになってきた。

このような状況を打開する STA に替わる手法として、ばらつきを統計的に考慮してタイミング解析を行う、統計的 STA (SSTA) と呼ばれる手法が注目されている。SSTA においては、従来の STA のような決定論的な手法とは異なり各ゲートにおける信号の到着時刻を統計量として扱い、その確率分布がゲート及び配線を伝播すると考えることが特徴となっている。

SSTA は遅延のモデリング、遅延相関の考慮の仕方、統計量に対する和、最大値を算出するための MAX 演算をどのように行うか、等の観点から多くの論文が発表されてきているが、大きく二つの手法に分類することができる。一つは CPM を統計量に対して拡張したと見なせる Block-Based 手法(BBM)、もう一つは個々の信号の伝播経路に着目し解析を行う Path-Based 手法(PBM)である。ここ数年の著名な学会では BBM に関する発表が多く傾向としては BBM が優勢といった感がある。BBM においては、特に MAX 演算をどのように行うかという点が重要となる。MAX 演算については Halim らのサーベイで最近の成果を概観できる[2]。Hongliang らは非正規分布の問題を取り上げており、分布が正規分布なのかどうか、あるいは MAX 演算後の分布が正規分布であるか否かと言う課題に取り組んでいる[3]。

さて、SSTA では最悪値を想定する従来の手法とは異なり最大遅延の確率分布が得られる。このた

<sup>1</sup> 本研究は JEITA EDA 技術専門委員会 PDS 研究会の活動として実施されたものである。

め動作周波数と遅延歩留まりの関係が予測可能となり、両者のトレードオフを考慮した現実的なタイミング検証を行うことができるようになる。しかしながら、ばらつきのモデリング、精度、歩留まり予測における誤差等についてはまだ十分な研究がなされていると言えず実際の設計現場に広く普及するにはまだ課題がある。特に遅延歩留まり予測において SSTA を適用した場合の予測誤差を提供することは手法の信頼性を確保するために重要であり実用的な指標の出現が待たれている。

以上を踏まえ本論文では、今後実用上重要となる、SSTAにおいて、内部的なモデリング、およびアルゴリズムに起因する予測精度の定量的な指標を提案する。提案指標を適用した一例として、SSTAで議論の対象となってきたMAX演算結果の正規分布近似の妥当性を定量的に評価する。

以下、2節ではBlock-Based SSTAの特徴およびMAX演算と相関について述べ、正規分布が真の分布に対し誤差を持つ条件について確認する。3節では誤差の評価指標の提案を行う。4節では具体例による指標の計算に関して論じる。5節では今後の方向性について議論し全体のまとめを行う。

## 2 Block-Based SSTAの概要

遅延を統計量で表す場合、CPMにおける単位演算である遅延の和、およびMAX演算を統計量に対する演算で置き換えることによってBBMを定式化出来る。以下では統計量に対する和とMAX演算について解説する[4]。

### 2.1 統計量の和

図1のようにAB間の遅延が $t$ から $t+dt$ の間である確率を $p_1(t)$ 、同様にBC間に対して $p_2(t)$ とする。このときAC間の遅延が $t$ から $t+dt$ の間にある確率 $p(t)$ は

$$p(t) = \int_0^{\infty} p_1(t-\tau)p_2(t)\tau d\tau \quad (1)$$

となる。すなわち統計量の和は畳み込み積分によって計算することができる。

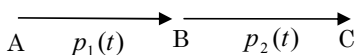


図1 統計量の和の演算

### 2.2 統計量のMAX

図2のようにAB間の遅延が $t$ から $t+dt$ の間である確率を $p_1(t)$ 、同様にCB間に対して $p_2(t)$ とする。このときAまたはCからBまでの遅延が $t$ から $t+dt$ の間にある確率 $p(t)$ 、すなわち $p_1(t)$ と $p_2(t)$ の統計的MAXは、 $p_1(t)$ と $p_2(t)$ が独立であれば

$$p(t) = p_1(t)P_2(t) + P_1(t)p_2(t) \quad (2)$$

となる。ここで $P_1(t)$ 、 $P_2(t)$ はそれぞれ $p_1(t)$ 、 $p_2(t)$ に対応する累積確率密度関数である。

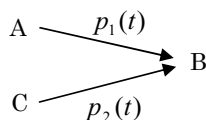


図2 統計量のMAX演算

### 2.3 MAX演算と相関

(2)式のMAX演算においては $p_1(t)$ と $p_2(t)$ が独立であることが必要であるが、実際には $p_1(t)$ と $p_2(t)$ とは何らかの相関をもつはずである。通常考えられる相関としては製造プロセスに由来するゲート長、酸化膜厚などの素子パラメータの相関(空間相関)と、信号が同じパスを共有することによる相関(再収斂パスの相関)がある。[5]では再収斂パスの相関を考慮せずによって計算した結果が遅延の上限値を与えることが示されている。[5]ではさらに再収斂パスの相関を考慮するためパスの数え上げと呼ばれる手法により再収斂パスの相関を考慮する手法が提案されている。[6]では各ゲートの遅延分布として正規分布を仮定し、主成分分析を用いて遅延を独立な変数に変換してからMAX演算を行う手法が提案されている。

### 2.4 MAX演算の正規分布近似

多くの文献では遅延分布および信号到着時刻は正規分布として扱う。これは最終信号到着時刻の分布を正規分布として取り扱うことができる場合には以下の利点があるためである[7]。

1. 分布間の相関が相関係数として容易に考慮できること。
2. 確率密度関数や累積分布関数を区分線形近似などで表現する場合に比べ、必要な演算量やメモリ量が少ないこと。

さらに主成分分析によるばらつき変数の直交化やテイラー展開による一次のゲート遅延モデルと組み合わせることで、低い計算コストや再収斂パスの考慮が実現できる[8]。したがって以下では、正規分布近似を例として提案指標の説明、評価を行う。

ここで、全ての分布を正規分布で近似する際の真の分布との誤差は、2 入力 の MAX 演算を例とすれば、ある入力(A)と他方の入力(B)の正規分布の形状に依存する。例えば、入力Aと入力Bで平均値が大きく異なる場合、もしくは標準偏差が異なる場合は誤差が大きくなると考えられる。

### 3 正規分布近似による誤差に対する評価指標の提案

SSTAにより遅延分布を求める場合には、回路が十分な歩留まりを持って所望の性能を満たすことが目標となる。例えば所与の動作周波数に対して目標とする遅延歩留まり  $p_1$  を設定し、全てのパス遅延の最大値が  $p_1$  以上の確率で動作周波数を満足することがサインオフ条件となる。

ここで、真の分布を正規分布等に近似して計算することによる誤差は十分小さいことが求められる。近似した分布が真の分布よりも歩留まりを大きく見積もる場合には、厳しすぎるタイミング制約により設計の収束が困難となる。逆に近似分布が真の分布よりも歩留まりを小さく見積もる場合には、期待した歩留まりが得られないことになる。

そこで我々は、目標歩留まり点における遅延見積もり誤差  $F$  と遅延の見積もり誤差に起因する歩留まりの見積もり誤差  $Y$  を、SSTAの精度を議論する評価基準として提案する。

図3において、上の確率密度分布がモンテカルロ解析により求められる真の遅延分布とする。一方下の確率密度分布は、真の分布を平均と分散が一致する正規分布として近似した分布である。ただし、 $F, Y$  は一般的な指標であり、その定義は例としてあげた正規分布近似に依存していない。ここで目標歩留まりを  $p_1(\%)$ 、正規分布において対応する遅延時間を  $x_1$  とする。一方、真の分布において歩留まり  $p_2(\%)$  となる遅延時間は  $x_2$  であり一般に  $x_1$  とは異なる。このとき、遅延確率分布の近

似誤差  $F$  は次式で計算できる。

$$F = (x_2 - x_1) / x_2 \quad (3)$$

また遅延の近似誤差に起因する歩留まりの見積もり誤差  $Y$  は真の分布における区間  $[x_1, x_2]$  における累積確率となるため、

$$Y = \phi(x_2) - \phi(x_1) \quad (4)$$

となる。ここで  $\phi(x)$  は累積確率密度関数であり確率密度関数  $g(x)$  に対し次式で定義される。

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^x g(z) dz \quad (5)$$

また、図4はより理解し易くするために同じ指標をCDFで表現したものである。

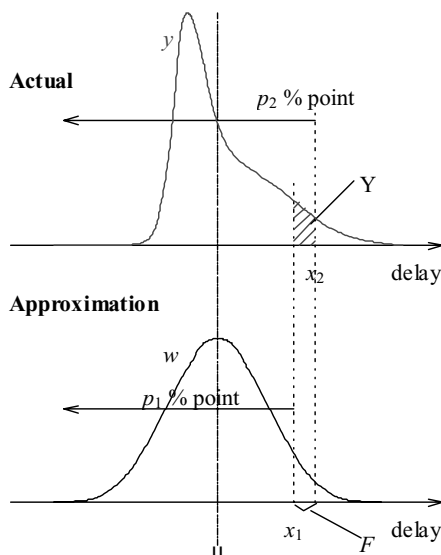


図3  $F$  と  $Y$  の定義 (PDF)

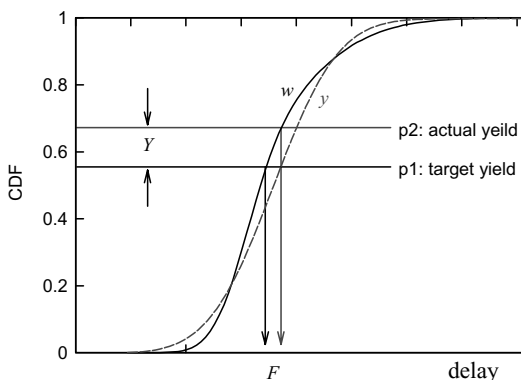


図4  $F$  と  $Y$  の定義 (CDF)

## 4 具体例による指標の計算

### 4.1 MAX 演算の特性結果と考察

試作したモンテカルロシミュレーションプログラムによる MAX 演算の結果を纏める。2 入力回路を想定し入力 A, B に対する平均値と標準偏差をそれぞれ  $a = N(\mu_1, \sigma_1)$  および  $b = N(0, 1)$  とする。

図5に  $\mu_1=0, \sigma_1=1$  の場合の結果を示す。0を中心に対称に分布する点線が入力(2入力が完全に重なっているため1本に見えている)の分布、階段状の点線で示されているのがモンテカルロ法により求めた真の分布、およびモンテカルロ法の分布から平均と分散から求めた正規分布が実線である。二つの入力の分布は等しいが、MAX演算によって分布が右に(遅延が大きくなる方向に)シフトしている。これは二つの変数の最大値を選択することによって、もともとの分布よりも大きな遅延値となる確率が上昇するためである。逆に小さな遅延値となる確率は低くなる。また、遅延値が大きい部分はもともと出現確率が低いため、分布の左側に比べて右側の移動量は小さい。このため、MAX演算後の分布は分散が小さくなっている。MAX演算後もほぼ正規分布とみなして問題ないと言える。

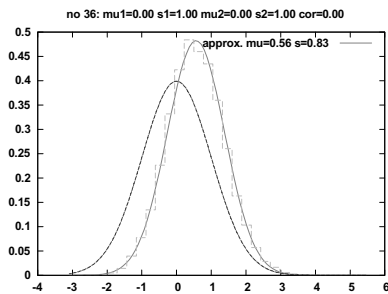


図 5 MAX 演算結果の分布 ( $\mu_1=0, \sigma_1=1, \text{corr}=0$ )

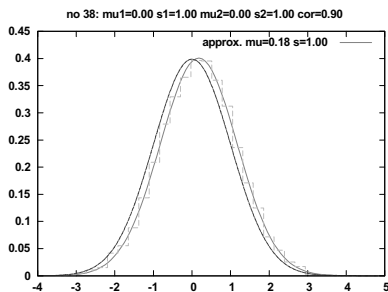


図 6 MAX 演算結果の分布 ( $\mu_1=0, \sigma_1=1, \text{corr}=0.9$ )

次に同じ  $\mu_1=0, \sigma_1=1$  ではあるが入力の二つの分布に相関がある場合を考える。図6は相関係数が 0.9 の場合の結果である。相関係数が大きい場合には、二つの入力の値はほぼ等しい値をとる確率が高いため、入力の分布とMAX演算後の分布形状がほぼ等しい。相関の有無によってMAX演算後の分布形状は異なる。

続いて、標準偏差  $\sigma_1$  がもう一方の分布と大きく異なる場合を考える。  $\sigma_1=4$  のときの結果を図7に示す。この場合にはMAX演算後の分布が右側に尾を引く形状となっている。遅延が4以上の領域ではAの分布が支配的であり、Aの分布形状とMAX演算後の分布形状はほぼ一致する。一方原点付近ではAよりもBの生じる確率が高いため分布はBで支配される。結果としてAとBの分布が合成されたような分布がMAX演算によりで生成される。一見して分布は正規分布からは大きく外れている。

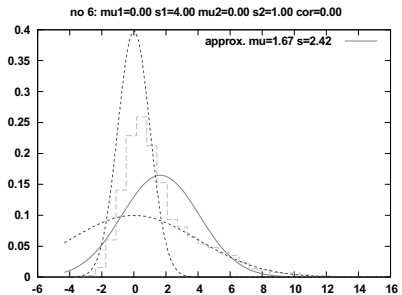


図 7 MAX 演算結果の分布 ( $\mu_1=0, \sigma_1=4, \text{corr}=0$ )

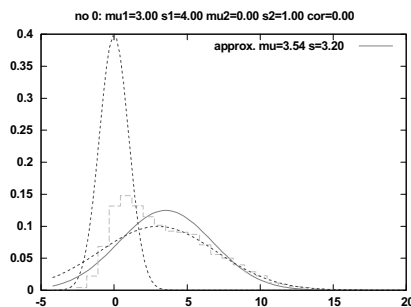


図 8 MAX 演算結果の分布 ( $\mu_1=3, \sigma_1=4, \text{corr}=0$ )

図 8 は入力分布の標準偏差が  $\sigma_1=4$  のときで、平均がプラス側で大きく異なっている場合。図 9 は入力分布の標準偏差が  $\sigma_1=4$  のときで、平均がマイナス側で大きく異なっている場合を示している。

標準偏差の差がともに大きい場合である。どちらも MAX 演算の結果はやはり正規分布からは外れている。

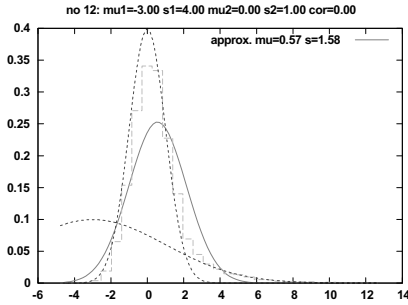


図 9 MAX 演算結果の分布 ( $\mu_1 = -3, \sigma_1 = 4, \text{corr} = 0$ )

#### 4.2 遅延歩留まりを指標とする MAX 演算誤差の評価結果と考察

3 節で述べた指標  $F$  及び  $Y$  を、試作したプログラムによって計算した結果を纏める。図 5 ( $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1$ ) に対応するのが図 10, 11 である。誤差は殆ど無い事が分かる。

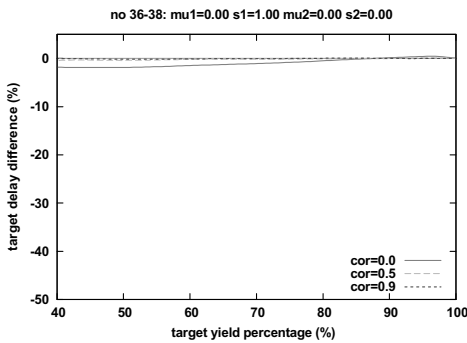


図 10 遅延近似誤差 指標  $F(\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1)$

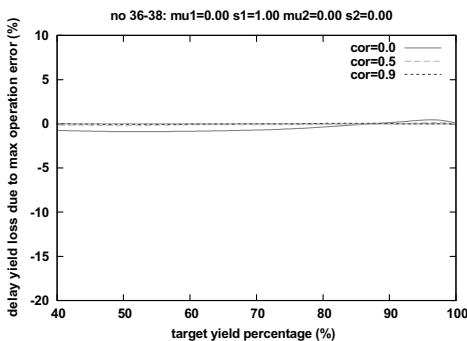


図 11 遅延見積もり誤差 指標  $Y(\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1)$

図 12, 13 は入力標準偏差値が 4 倍異なる場合だが、 $Y$  の計算結果から目標歩留まり値 (40%~100%) に対して 10% 以上の誤差が出る場合があることがわかる。

但し指標  $Y$  が正の値をとる場合には真の歩留まりが目標よりも低くなる事を意味する。したがって 80~90% 以上の目標歩留まりが必要である場合には、計算精度に注意をする必要がある。一方、例えば開発期間短縮のために 80% 以下の目標歩留まりでもサインオフを行う場合にも、過剰のタイミング余裕が開発期間の障害とならないよう計算精度に注意をする必要がある。

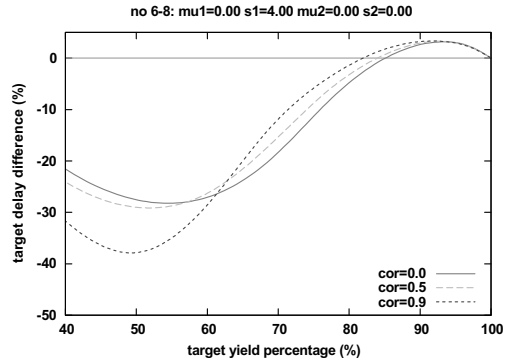


図 12 遅延近似誤差 指標  $F(\mu_1 = 0, \sigma_1 = 4)$

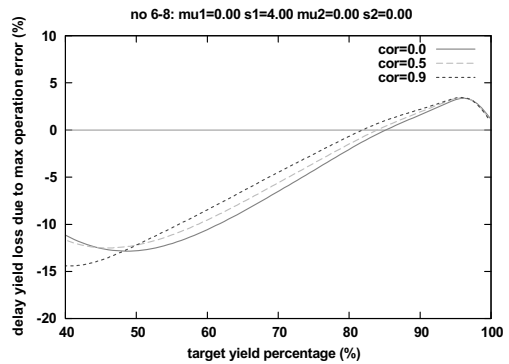


図 13 遅延見積もり誤差 指標  $Y(\mu_1 = 0, \sigma_1 = 4)$

図 14 は過剰なタイミング余裕が生じる可能性がある場合を入力の平均と標準偏差を変数として、体系的に集計した結果である。図 14 は相関が無い場合を表し、平均値と標準偏差の組み合わせに依る遅延見積もり誤差をまとめたものである。同様に図 15 は相関が強い場合を表しており、



相関のある無しで傾向が異なることが分かる。

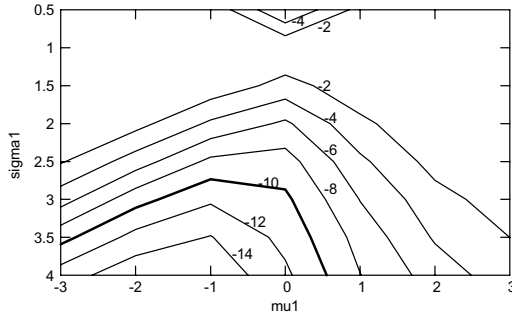


図 14 指標  $Y$  の誤差分布 (Corr=0)

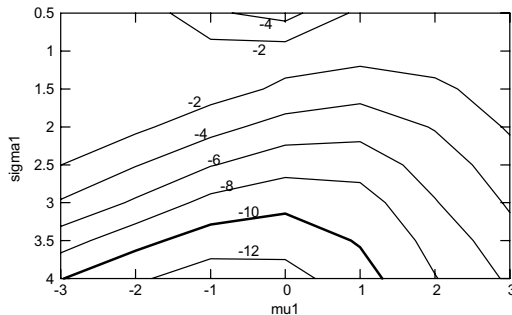


図 15 指標  $Y$  の誤差分布 (Corr=0.9)

これらの試行により、MAX 演算において次のことが分かった。

- (1) MAX 演算の性質から右側に分布が広がることから、指標  $F, Y$  の傾向は平均値、標準偏差の相違のパターンによらず同じ傾向を示す。
- (2)  $F$  指標、 $Y$  の値は、ある目標歩留まり値を境にして、悲観的・楽観的に分かれる。
- (3) 指標  $F, Y$  の誤差は、歩留まり目標が低いほど大きくなる傾向があるので、プロセス立上げ時等低い目標歩留まりで SSTA を適用する場合には特に注意を要する。
- (4) 指標  $F, Y$  では、2 入力的相关性の有無はそれほど影響しない。
- (5) 指標  $F$  は遅延値の比較、指標  $Y$  は歩留まりにより定義されるため、異なる観点で SSTA の精度の議論が可能となる。
- (6) 誤差分布を見ると平均の変動には感度はあまり無く、標準偏差には大きな感度があることが分かった。

## 5 まとめと今後の課題

本論文では、今後実用上重要となる、統計的タイミング解析手法において、内部的なモデリング、およびアルゴリズムに起因する予測精度の定量的な指標  $F$  および  $Y$  を提案した。詳細なモンテカルロ解析による累積確率密度から得られる歩留まり予測に対して、MAX 演算結果を正規分布とみなすと、入力の標準偏差が 4 倍まで異なる演算では、目標歩留まり値 (40%~100%) に対して 10% を超える誤差が出る事が確認できた。

本指標は、具体的なツールの評価や、現在提案されている、非正規分布モデルによる手法での精度向上の評価にも応用できる。

今後の課題として、3 入力以上の場合の試行とパスとして連続した場合の試行があげられる。また統計的解析における他の誤差要因 (セルモデルの誤差や、伝播アルゴリズムなど) との総合的な評価への展開も行っていく予定である。

## 参考文献

- [1] S. Spatnekar, TIMING. Kluwer Academic Publishers, 2004
- [2] H. Damerджи, A. Dasdan, S. Kolay, "On the Assumption of Normality in Statistical Static Timing Analysis" TAU 2005.
- [3] H. Chang, V. Zolotov, S. Narayan, C. Visweswariah: "Parameterized Block-Based Statistical Timing Analysis with Non-Gaussian Parameters, Nonlinear Delay Functions," in Proc. DAC 2005.
- [4] 町田, 岩井, 樋口, 水田 "統計的STA開発に向けた現状調査" DAシンポジウム2005 予稿集, 2005
- [5] A. Agarwal, D. Blaauw, V. Zolotov, S. Vrudhula, "Statistical Timing Analysis using Bounds", in Proc. DATE, 2003.
- [6] H. Chang, S. Sapatnekar, "Statistical Timing Analysis Considering Spatial Correlations Using a Single PERT-like Traversal," in Proc. ICCAD, 2003.
- [7] 築山, "統計的タイミング解析: 概論" 回路とシステム軽井沢ワークショップ, pp. 533-538, 2005.
- [8] H. Chang and S. Sapatnekar, "Statistical Timing Analysis under Spatial Correlations," IEEE Trans. CAD, Vol. 24, No. 9, pp. 1467-1482, 2005.